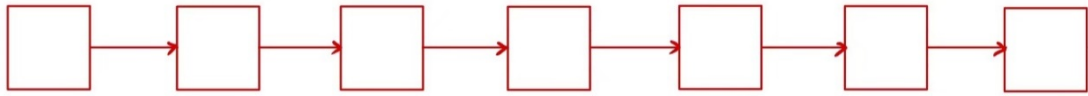


信息论与编码原理 2024 期末复习讲义



一、离散信源

1、自信息与熵

2、离散无记忆信源

3、离散平稳信源

4、马尔可夫信源

5、信源冗余度

例 1-1.

2. 设有一个信源它产生 01 序列的消息。它在任意时间而且不论以前输出过什么符号，均按 $P(0)=0.4$, $P(1)=0.6$ 的概率输出符号。

(1) 试问这个信源是否是平稳，为什么？

(2) 试计算 $H(X^2)$, $H(X_3 | X_1 X_2)$ 及 $\lim_{N \rightarrow \infty} H_N(X)$ 。

(3) 试计算 $H(X^4)$ 并写出 X^4 信源中可能有的所有符号。

例 1-2.

3. 黑白气象传真图的消息只有黑色和白色两种，即信源 $X=\text{黑, 白}$ ，设黑色出现的概率为 $P(\text{黑})=0.3$ ，白色的出现概率 $P(\text{白})=0.7$ 。

(1) 假设黑白消息出现前后没有关联，求此信源熵。

(2) 假设消息前后有关联，其依赖关系稳定为 $P(\text{白}|\text{白})=0.9$ ， $P(\text{黑}|\text{白})=0.1$ ， $P(\text{白}|\text{黑})=0.2$ ， $P(\text{黑}|\text{黑})=0.8$ ，求此信源熵。

(3) 分别求上述两种信源的冗余度，并比较它们的大小，说明其物理意义。

二、离散信道

1、互信息

2、各种熵的计算

3、信道矩阵

4、不同的信道与信道容量

5、对称信道

6、信道冗余度

例 2-1.

1. 设信源 $\begin{bmatrix} X \\ P(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1, & x_2 \\ 0.6, & 0.4 \end{bmatrix}$ 通过一干扰信道，接收符号为

$Y = [y_1, y_2]$ ，信道传递概率如图 3.30 所示。求：

- (1) 信道疑义度 $H(X|Y)$ 和噪声熵 $H(Y|X)$ ；
- (2) 接收到消息 Y 后获得的平均互信息。

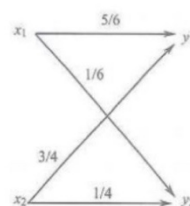


图 3.30 题 3.1 的图

例 2-2.

5. 设二元对称信道的传递矩阵为 $\begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}$ ，已知 $P(0)=3/4$ ， $P(1)=1/4$ ，求该信道的信道容量及其达到信道容量时的输入概率分布。

例 2-3.

4. 有一个二元对称信道其信道矩阵如图 3.31 所示。设该信道以 1500 个二元符号/秒的速度传输输入符号。现有一消息序列共有 14000 个二元符号，并设该消息中 $P(0)=P(1)=1/2$ 。问从信息传输的角度来考虑 10 秒内能否将这消息序列无失真地传送完。

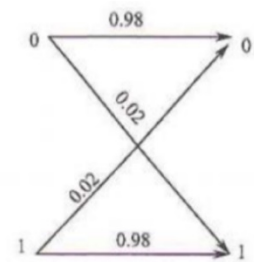


图 3.31 题 3.8 的信道

三、信源编码

1、码的分类

2、唯一可译码的判别

3、平均码长、编码信息率与编码效率

4、扩展信源编码

5、 Huffman 码

6、 限失真信源编码

例 3-1.

$$\begin{bmatrix} S \\ P(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1, & s_2 \\ 0.1, & 0.9 \end{bmatrix}$$

3. 设信源符号集

(1) 求 $H(S)$ 和信源剩余度。

(2) 设码符号为 $X = \{0, 1\}$ ，请编出 S 的紧致码并求其平均码长 L 。

(3) 把信源 S 的二次无记忆扩展信源编成紧致码，并求其平均码长 $(\overline{L_2}/2)$ 。

(4) 计算上述 (2) 和 (3) 两种码的编码效率和码的码冗余度。

注：码冗余度即 $(\text{最大码信息率 } \log r - \text{编码信息率 } R) / \text{最大码信息率 } \log r$

例 3-2.

4. 现有一幅已离散量化后的图像，图像的灰度量化成 8 级见右表。表中数字为相应像素上的灰度级。另有一无噪无损二元信道单位时间(秒)内传输 100 个二元符号。

习题 8.9 表

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	5	5	5
5	5	5	5	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	8	8	8	8	8

(1) 将图像通过给定的信道传输, 不考虑图像的任何统计特性. 并采用二元

定长码, 问需多长时间才能传送完这幅图像?

(2) 若考虑图像的统计特性(不考虑图像的像素之间的依赖性), 求此图像的信源熵 $H(S)$, 并对每个灰度级进行最佳码编码, 问平均每个像素需用多少二元码符号来表示?这时需多少时间才能传送完这幅图像?

(3) 请问从理论上分析, 这幅图像是否还可以压缩而且平均每个像素所需的二元码符号数可以小于(2)中的信源熵。

例 3-3.

2. 一个四元对称信源 $\begin{bmatrix} U \\ P(u) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & 1, & 2, & 3 \\ 1/4, & 1/4, & 1/4, & 1/4 \end{bmatrix}$ ，接收符号

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$V = \{0, 1, 2, 3\}$ ，其失真矩阵 D ，求 D_{max} 和 D_{min} 及其对应的实验信道。

四、有噪信道编码

1、错误概率

2、译码规则

3、Fano 不等式

例 4-1.

已知。

3. 设有一离散信道, 其信道传递矩阵为

$$\begin{bmatrix} 1/2 & 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/2 & 1/3 \\ 1/3 & 1/6 & 1/2 \end{bmatrix}$$

并设 $P(x_1) = 1/2, P(x_2) = P(x_3) = 1/4$, 试分别按最小错误概率准则 (即最大后验概率准则) 与极大似然译码准则确定译码规则, 并计算相应的平均错误概率。

例 4-2.

1. 考虑一个码长为 4 的二元码, 其码字为 $W_1 = 0000$, $W_2 = 0011$, $W_3 = 1100$ 。

$W_4 = 1111$ 。假设码字送入一个二元对称信道 (其单符号的错误概率为 p , 并且 $p < 0.01$) 而码字输入是不等概率的 其概率为

$$P(W_1) = 1/2, P(W_2) = 1/8, P(W_3) = 1/8, P(W_4) = 1/4$$

试找出一种译码规则使平均错误概率 P_E 为最小, 并求 P_E 。

(提示: $p < 0.01$ 的 BSC 信道)

五、纠错编码

1、(n, k)分组码

2、生成矩阵

3、校验矩阵

4、纠错、检错能力

5、汉明码

6、循环码

例 5-1.

3. 已知 (6, 3) 线性分组码: 110100, 110011, 011010, 011101, 101001, 000111, 101110, 000000, 求该码组的最小汉明距离, 并分析其纠检错能力?

例 5-2.

5. 已知某系统汉明码的校验矩阵为

$$H = \begin{bmatrix} 1110100 \\ 0111010 \\ 1101001 \end{bmatrix}$$

当输入序列为 110101101010 时, 求编码器输出的码序列?

例 5-3.

2. 已知循环码的生成多项式 $g(x) = x^3 + x^2 + 1$ ，对输入信息位 0110，求对应系统码的码多项式？用求解冗余多项式的方式求解系统码的生成矩阵？

六、波形信源/信道

1、差熵

2、香农公式

完结撒花！祝大家信息论期末取得好成绩！